

С

савршени бројеви, *природни бројеви* код којих је збир делилаца (укључујући јединицу и не рачунајући тај број) једнак самом броју. Нпр. 28. Његови делиоци су 1, 2, 4, 7, 14 и важи да је $1+2+4+7+14 = 28$. Осим 28, савршени бројеви су и 6, 496, 8128... Савршене бројеве први су изучавали питагорејци. Питагора је приметио да савршени бројеви представљају збир неколико узастопних природних бројева. Нпр. $6 = 1 + 2 + 3$, $28 = 1+2+3+4+5+6+7$, $496 = 1+2+3+\dots+31$, $8128 = 1+2+3+\dots+127$. Еуклид је доказао да ако је $2^n - 1$ *прост број* онда је $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ савршен број. Ојлер је доказао да су сви *парни* савршени бројеви облика $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$, где је $2^n - 1$ *прост број*. До данас није познат ниједан *непаран* савршен број. В. *Мерсенови бројеви*.

сигурна цифра, *значајна цифра* за коју апсолутна грешка није већа од декадног чиниоца који одговара тој цифри. В. *приближна вредност броја*.

Скјузов број, број од којег почиње потцењеност Гаусове функције о распоређености *простиx бројева*. Немачки математичар Гаус је 1792, у својој шеснаестој години, пронашао функцију $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ која апроксими-

ра број *простих бројева* мањих од или једнаких x , кад $x \rightarrow +\infty$. Касније је редефинисао функцију у логаритамски интеграл $Li(x) = \int_2^x \frac{du}{\ln u}$. Функција која одређује број простих бројева мањих од или једнаких x обележава се са $\pi(x)$. Једно време се сматрало да Гаусова функција $Li(x)$ даје нешто веће резултате него што би требало, тј. да је $\pi(x) < Li(x)$. Међутим, Литлвуд је 1912. доказао да постоји број од којег Гаусова функција даје мањи резултат од $\pi(x)$. Енглески математичар Стенли Скјуз је одредио тај број и он износи $e^{e^{e^{79}}} \approx 10^{10^{10^{34}}}$. Овај број одређује одакле почиње потцењеност Гаусове функције под условом да је Риманова хипотеза тачна. По Римановој хипотези, све комплексне нуле $s = a + ib$ Риманове зета функције $\zeta(s) = \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \dots + \frac{1}{n^s} + \dots$ имају *реалан* део $a = \frac{1}{2}$. Та хипотеза је постављена 1854. године, а Хилберт ју је 1900. уврстио на листу 23 највећа математичка проблема XX века. Риманова хипотеза још увек није доказана нити оповргнута. Због тога је Скјуз нашао и други број од ког почиње потцењеност Гаусове функције, у случају да Риманова хипотеза није тачна. Тај број је још већи од првог и износи $10^{10^{10^3}}$. Тачнију апроксимацију $\pi(x)$ од функције $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ даје Лежандрова функција $f(x) = \frac{x}{\ln x + B}$, где је $B = -1,08366$ *Лежандрова константа*.

сложени бројеви

сложени бројеви, *цели бројеви* већи од 1 који нису *прости*, то јест, који су – осим јединицом и самим собом – дељиви и неким простим бројем. Основна теорема аритметике тврди да сваки природан број већи од 1 може да се представи као производ простих бројева на јединствен начин. Нпр. $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$. Број 1 није ни сложен ни прост.

сребрна средина, вредност одређена са $[n; n, n \dots] = \frac{1}{2}(n + \sqrt{4 + n^2})$ за *природне бројеве* n , где је $[n; n, n \dots]$ *верижни разломак*. Вредност $\frac{1}{2}(n + \sqrt{4 + n^2})$ једно је од решења квадратне једначине $x^2 - nx - 1 = 0$. То је карактеристична једначина рекурентне формуле $x_{m+2} = nx_{m+1} + x_m$ за низове природних бројева. Количник суседних чланова низа одређеног овом рекурентном формулом конвергира управо сребрној средини, тј. $\frac{1}{2}(n + \sqrt{4 + n^2})$. За $n = 1$ добија се рекурентна формула $x_{m+2} = x_{m+1} + x_m$ чије је једно решење карактеристичне једначине вредност $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, што одговара *златном пресеку*. Аналогно златном пресеку, за $n = 2$, користи се назив *сребрни пресек*. Тада је рекурентна формула $x_{m+2} = 2x_{m+1} + x_m$, а једно решење њене карактеристичне једначине је $1 + \sqrt{2}$. За $n = 3$ одговарајућа средина је $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ итд. В. *Фибоначијеви бројеви*, *Пелови бројеви*.

сребрни пресек, математичка величина одређена *верижним разломком*

$$2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}$$

Његова вредност износи

$$\delta_s = 1 + \sqrt{2}.$$

Низ формиран од количника суседних *Пелових бројева* конвергира овом броју. В. *сребрна средина, пропорција*.

Стирлингови бројеви, *природни бројеви* којих има две врсте. Стирлингови бројеви прве врсте, S_i^n (обично се користи велико S), дефинишу се као коефицијенти полинома

$$x^{(n)} = \sum_{k=1}^n S_k^n \cdot x^k,$$

где је

$$x^{(n)} = x \cdot (x - 1) \dots (x - n + 1),$$

за $n > 0$ и $x^{(0)} = 1$. Стирлингови бројеви друге врсте, s_k^n (пише се малим s) одређени су рекурентним формулама:

$$s_1^n = 1,$$

$$s_n^n = 1,$$

Стирлингови бројеви

$$s_{k+1}^{n+1} = s_k^n + (k+1) \cdot s_{k+1}^n,$$

за $n, k \in \mathbf{N}$, $n, k \geq 1$.

Стирлингови бројеви друге врсте некад се записују у облику троугла:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & 1 \\ & & & & & & 1 & 1 \\ & & & & & & 1 & 3 & 1 \\ & & & & & & 1 & 7 & 6 & 1 \\ & & & & & & & & & \dots \end{array}$$

За Стирлингов број друге врсте, s_k^n у троуглу k је број реда, а n број колоне. Нпр. $s_2^4 = 7$. Стирлингови бројеви друге врсте представљају број различитих партиција скупа који има n елемената на тачно k непразних подскупа. Нпр. скуп од 4 елемента има тачно 6 партиција од по тачно 3 подскупа, тј. $s_3^4 = 6$. Нека је скуп $A = \{a, b, c, d\}$ од 4 елемента. Он има 6 партиција од 3 непразна подскупа:

$$\{\{a\}, \{b\}, \{c, d\}\}, \{\{a\}, \{c\}, \{b, d\}\}, \{\{a\}, \{d\}, \{b, c\}\},$$

$$\{\{b\}, \{c\}, \{a, d\}\}, \{\{b\}, \{d\}, \{a, c\}\}, \{\{c\}, \{d\}, \{a, b\}\}.$$

За Стирлингове бројеве друге врсте важи неколико занимљивих теорема. Једна од њих тврди да је број релација еквиваленције (в. додатак) на скупу од n елемената

једнак

$$\sum_{k=1}^n s_k^n.$$

Такође, важи и следећа теорема: нека су A и B коначни скупови чији су кардинални бројеви редом n и k , где је $k \leq n$. Тада је (за ознаку $| \cdot |$ в. *кардинални бројеви*)

$$|\{f|f : A \xrightarrow{na} B\}| = k! \cdot s_k^n.$$

Збир степенованих природних бројева је

$$1^k + 2^k + \dots + n^k = (n+1) \sum_{j=1}^k \frac{s_j^k}{j+1} n^{(j)}.$$

Служећи се овом формулом добија се нпр. да је

$$\begin{aligned} 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 &= (n+1) \left[\frac{s_1^3}{2} n^{(1)} + \frac{s_2^3}{3} n^{(2)} + \frac{s_3^3}{4} n^{(3)} \right] = \\ &= (n+1) \left[\frac{1}{2} n + \frac{3}{3} n(n-1) + \frac{1}{4} n(n-1)(n-2) \right] = \\ &= \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2. \end{aligned}$$

В. Бернулијеви бројеви. Стирлингови бројеви су добили назив у част енглеског математичара Џејмса Стирлинга.