

Sadržaj

UVOD	1
O ovoj knjizi	1
Konvencije koje se koriste u ovoj knjizi	2
Šta ne morate da čitate	2
Glupe pretpostavke	3
Ikone korišćene u ovoj knjizi	3
Posle ove knjige	4
Kuda ići odavde	4
DEO 1: OSNOVE GEOMETRIJE	5
POGLAVLJE 1: Uvod u geometriju	7
Geometrija oblika	8
Jednodimenzionalni oblici	8
Dvodimenzionalni oblici	8
Trodimenzionalni oblici	10
Upoznavanje sa geometrijskim dokazima	10
Lakši put do dokaza na svakodnevnom primeru	11
Pretvaranje svakodnevne logike u dokaz	11
Jednostavan geometrijski dokaz	12
Da li ću ovo ikada koristiti?	13
Kada ćete iskoristiti svoje znanje o oblicima	13
Kada ćete iskoristiti svoje znanje o dokazima	14
Zašto nećete imati problema sa geometrijom	15
POGLAVLJE 2: Izgradnja vaše geometrijske osnove	17
Uđimo u definicije	17
Nekoliko tačaka o tačkama	21
Prave, duži i poluprave koje upućuju na razne strane	22
Horizontalne i vertikalne prave	22
Udvostručavanje sa parovima prava	22
Istraživanje činjenica o ravni	24
Uglovi su svuda	25
Tri vrste uglova: oštar, tup i prav	25
Parovi uglova	26
POGLAVLJE 3: Određivanje veličine duži i analiza uglova	29
Merenje duži i uglova	29
Merenje duži	29
Merenje uglova	30
Dodavanje i oduzimanje duži i uglova	33
Podela na dva ili tri: bisekcija i trisekcija	34

Bisekcija i trisekcija duži	34
Bisekcija i trisekcija ugla	35
Dokazivanje zaključaka o slikama	36
DEO 2: UVOD U DOKAZE	39
POGLAVLJE 4: Prvi koraci dokaza	41
Upoznavanje sa osnovom: komponente formalnih geometrijskih dokaza	42
Zaključivanje sa ako-onda logikom	43
Ako-onda lanci logike	44
Imate svoje razloge: definicije, teoreme i postulate	45
Logika oblačića za dokaze u dve kolone	46
Kretanje po dve kolone dokaza	47
POGLAVLJE 5: Početni komplet lakih teorema i kratkih dokaza	49
Komplementarni i suplementarni uglovi.	49
Sabiranje i oduzimanje: Osam ne tako strašnih teorema	53
Teoreme sabiranja	53
Teoreme oduzimanja	57
Sviđa vam se množenje i deljenje? Onda su ove teoreme za vas!	59
Dosije X: Podudarni naspramni uglovi su tamo negde	62
Svojstva prenosivosti i zamene	63
POGLAVLJE 6: Ultimativni vodič za rešavanje dužeg dokaza	67
Pravljenje plana igre	68
Korišćenje svega datog	69
Koristite ako-onda logiku	69
Uklanjanje problema	71
Skakanje napred i rad unazad	72
Popunjavanje praznina	74
Pisanje završenog dokaza	75
DEO 3: TROUGLOVI: POLIGONI SA TRI STRANICE	77
POGLAVLJE 7: Osnove razumevanja trouglova	79
Stranice trougla	79
Nejednakostranični trouglovi	80
Jednakokraki trouglovi: dva lepa kraka	81
Jednakostranični trouglovi: Svi delovi su jednaki	81
Uvođenje principa nejednakosti trougla	82
Upoznavanje trouglova po njihovim uglovima	83
Povećanje veličine površine trougla	84
Skaliranje visina	84
Određivanje površine trougla	85

Lociranje „centara“ trougla	89
Balansiranje u težištu	89
Pronalaženje još tri „centra“ trougla	91
POGLAVLJE 8: U vezi sa pravouglim trouglovima	95
Primena Pitagorine teoreme	95
Pregled Pitagorinih trojki trouglova	101
Omiljene četiri Pitagorine trojke trouglova	101
Porodice Pitagorinih trouglova	103
Upoznavanje sa dva posebna pravougla trougla	105
Trougao od 45° - 45° - 90° – pola kvadrata	106
Trougao od 30° - 60° - 90° – polovina jednakostraničnog trougla ...	107
POGLAVLJE 9: Dokazivanje podudarnih trouglova	111
Uvod u tri načina da se dokaže podudarnost trouglova	112
SSS: Korišćenje metode stranica-stranica--stranica	112
SUS: Koristimo pristup stranica-ugao--stranica	114
USU: Zahvat ugao-stranica-ugao	116
ODPTSP: Korak dalje u dokazima podudarnih trouglova	118
Definisanje ODPTSP	119
Rešavanje ODPTSP dokaza	120
Razmatranje teorema jednakokrakog trougla	122
Još dva načina da se dokaže podudarnost trouglova	124
UUS: Korišćenje teoreme ugao-ugao-stranica	124
HKP: Pravi pristup za pravouglo trouglove	126
Rastojanje u dve teoreme jednake udaljenosti	128
Određivanje normalne simetrale	128
Korišćenje normalne simetrale	129
Pravljenje plana igre za duži dokaz	131
Indirektni dokazi	133
DEO 4: POLIGONI SA ČETIRI ILI VIŠE STRANICA	137
POGLAVLJE 10: Sedam svetskih čuda četvorougla	139
Početni koraci sa svojstvima paralelnih prava	140
Ukrštanje prava sa transversalama: Definicije i teoreme	140
Primena transversalnih teorema	141
Rad sa više od jedne transversale	143
Upoznavanje sa sedam članova četvorouglaone porodice	145
Gledajući četvorouglaone odnose	146
Rad sa pomoćnim pravama	147
Svojstva četvorouglova	149
Svojstva paralelograma	149
Svojstva tri posebna paralelograma	152
Svojstva zmaja (deltoida)	155
Osobine trapeza i jednakokrakog trapeza	156

POGLAVLJE 11: Dokazivanje da imate određen četvorougao	159
Spajanje svojstava i metoda dokazivanja	160
Dokazivanje da je četvorougao paralelogram	162
Sigurni načini za identifikaciju paralelograma	162
Pokušajmo neke dokaze paralelograma	163
Dokazivanje da je četvorougao pravougaonik, romb ili kvadrat	166
Ubrzavanje dokaza pravougaonika	167
Razni dokazi o rombovima	168
Četiri dokazi kvadrata	170
Dokazivanje da je četvorougao zmaj (deltoid)	171
POGLAVLJE 12: Formule poligona: površina, uglovi i dijagonale	175
Izračunavanje površine četvorouglova	175
Formule za površine četvorougla	176
Iza kulisa formula	176
Pokušavam sa nekoliko zadataka sa površinama	178
Pronalaženje površine pravilnih poligona	182
Formula za površinu poligona	183
Rešavanje raznih problema sa površinama	183
Korišćenje formula za ugao i dijagonale poligona	187
Dizajn enterijera i eksterijera: Istraživanje uglova poligona	187
Rešavanje zadataka sa uglovima poligona	188
Ukrštanje sa dijagonalama	189
POGLAVLJE 13: Sličnost: isti oblik, druga veličina	191
Početni koraci sa sličnim slikama	192
Definisanje i imenovanje sličnih poligona	192
Kako se slične slike poklapaju	193
Rešavanje problema sličnosti	195
Dokazivanje sličnosti trouglova	197
Rešavanje UU dokaza	197
Korišćenje SSS~ za dokazivanje sličnosti trouglova	198
Rad sa SUS~ dokazom	200
OUSTP i OSSTP, rođaci ODPTSP-a	201
Rad na dokazu sa OUSTP	201
OSSTP dokaz	202
Podela pravouglog trougla sa teoremom o visini nad hipotenuzom	203
Dobijanje proporcionalnosti sa još tri teoreme	206
Teorema o podeli stranice:	
Nateraće vas da podelite stranice	206
Raskrsnica: Proširena teorema podele stranice	208
Teorema o simetrali ugla	210

DEO 5: RAD SA RAZNIM KRUGOVIMA.....	213
POGLAVLJE 14: Osnove kruga.....	215
Pravi razgovori o krugovima: poluprečnici i tetive.....	216
Definisanje poluprečnika, tetiva i prečnika.....	216
Upoznavanje sa pet teorema o krugu.....	216
Prolazak kroz dokaz.....	217
Korišćenje dodatnih poluprečnika za rešavanje problema.....	218
Delovi kruga: lukovi i centralni uglovi.....	220
Tri definicije za vaše matematičko zadovoljstvo.....	220
Šest teorema o krugu.....	221
Okušajte se u nekim dokazima.....	223
O tangentama.....	225
Uvod u tangentnu pravu.....	225
Problem zajedničke tangente.....	226
Šetnja okolo.....	228
POGLAVLJE 15: Formule i teoreme krugova.....	231
Formula za parče pice.....	232
Određivanje dužine luka.....	232
Pronalaženje površine isečka i odsečka.....	235
Sve zajedno u jednom zadatku.....	236
Razumevanje teorema i formula ugla i luka.....	237
Uglovi na krugu.....	237
Uglovi unutar kruga.....	239
Uglovi izvan kruga.....	241
Držite se formula ugao-luk.....	242
Teorema množenja.....	244
Rešavanje tetiva sa teoremom množenja tetivama.....	244
Teorema o množenju tangente i sečice.....	245
Teorema o množenju dve sečice.....	246
Kondenzovanje teorema množenja u jednu ideju.....	248
DEO 6: ZARONIMO U 3D GEOMETRIJU.....	249
POGLAVLJE 16: 3D prostor: dokazi u višoj ravni postojanja.....	251
Prave normale na ravni.....	251
Paralelne, normalne i prave i ravni koje se seku.....	255
Četiri načina za određivanje ravni.....	255
Interakcije linija i ravni.....	256
POGLAVLJE 17: Uvod u geometriju čvrstih tela.....	259
Tela sa ravnim vrhom.....	259
Dolazak do tačke vrha tela.....	265
Lopta za kraj.....	270

DEO 7: POSTAVLJANJE, TAČKE I SLIKE: ALTERNATIVNE GEOMETRIJSKE TEME..... 273

POGLAVLJE 18: Koordinatna geometrija	275
Koordinatna ravan	275
Formule nagiba, udaljenosti i središta	277
Nagib	277
Formula za rastojanje	279
Formula središta	280
Upotreba formula u zadatku	281
Analitičko dokazivanje svojstava	283
Korak 1: Crtanje opšte slike	283
Korak 2: Algebarsko rešavanje problema	284
Dešifrovanje jednačina za prave i kružnice	286
Jednačine prave	287
Standardna jednačina kružnice	288
POGLAVLJE 19: Geometrijske transformacije	291
Refleksije	292
Upoznavanje sa orijentacijom	293
Pronalaženje linije refleksije	294
Translacije	296
Translacija je jednaka dvema refleksijama	296
Pronalaženje elemenata translacije	298
Rotacija	300
Rotacija je jednaka dvema refleksijama	300
Pronalaženje centra rotacije i jednačina dve linije refleksije	301
Klizna refleksija	305
Klizna refleksija je jednaka trima refleksijama	305
Pronalaženje glavne reflektujuće prave	306
POGLAVLJE 20: Nalaženje skupova i konstrukcija	309
Zadaci sa skupom: ulazak u pravi skup	310
Proces u četiri koraka za zadatke sa skupom	310
Zadaci sa dvodimenzionalnim skupom	311
Trodimenzionalni zadaci sa skupovima	315
Crtanje pomoću osnovnog alata: konstrukcije	317
Tri metode kopiranja	317
Podela po pola ugla i duži	320
Konstrukcije dve međusobno normalne prave	322
Konstruisanje paralelnih pravih i njihovo korišćenje za deljenje duži	323

DEO 8: DESET VELIČANSTVENIH	327
POGLAVLJE 21: Deset stvari koje se koriste kao razlozi u dokazima geometrije	329
Svojstvo refleksije	329
Naspramni uglovi su podudarni	330
Teoreme paralelnih pravih	330
Dve tačke određuju pravu	331
Svi poluprečnici kruga su podudarni	331
Ako stranice, onda uglovi	332
Ako uglovi, onda stranice	332
Postulati i teoreme podudarnosti trougla	332
ODPTSP	333
Postulati i teoreme sličnosti trouglova	333
POGLAVLJE 22: Deset geometrijskih zanimljivosti	335
Eureka! Arhimedovo otkrovenje pomoću kade	335
Određivanje π	336
Zlatni presek	336
Obim Zemlje	337
Keopsova Velika piramida	338
Udaljenost do horizonta	338
Kretanje projektila	339
Most Golden Gate	340
Geodetska kupola	340
Fudbalska lopta	341
INDEKS	343